4/14 の宿題のこたえ

問題番号は色々かわってます。すべて n に関する帰納法。

あ $\boxed{n+1=1+n}$

(証明) $n=1$ のとき 左辺も右辺も $1+1$ で一致している。

$n=k'=k+1$ $(k\in\mathbb{N})$ のとき

(左辺) $= n+1 = n'$

(右辺) $= 1+k' \underset{\text{和の定義}}{=} (1+k)' \underset{\text{帰納法の仮定}}{=} (k+1)' = n'$

だから すべての $n\in\mathbb{N}$ で $n+1=1+n$ である。 □

和 = 和の定義

積 = 積の定義

帰 = 帰納法の仮定

い $\boxed{(l+m)+n = l+(m+n)}$

(証明) $n=1$ のとき

(左辺) $= (l+m)+1 \overset{\text{和}}{=} (l+m)'$

(右辺) $= l+(m+1) \overset{\text{和}}{=} l+m' \overset{\text{和}}{=} (l+m)'$

と一致している。

$n = k' = k+1$ $(k \in \mathbb{N})$ のとき

$(\text{左辺}) = (l+m)+k' \overset{\text{和}}{=} ((l+m)+k)' \overset{\text{帰}}{=} (l+(m+k))'$

$(\text{右辺}) = l+(m+k') \overset{\text{和}}{=} l+(m+k)' \overset{\text{和}}{=} (l+(m+k))'$

と一致している。

よってすべての n に対し $(l+m)+n = l+(m+n)$。□

う $\boxed{m+n = n+m}$

(証明) $n=1$ のとき、あ より両辺は一致する。

$n = k' = k+1$ のとき、

$(\text{左辺}) = m+k' \overset{\text{和}}{=} (m+k)' \overset{\text{帰}}{=} (k+m)'$

$(\text{右辺}) = k'+m = (k+1)+m \overset{\text{い}}{=} k+(1+m)$

$\overset{\text{あ}}{=} k+(m+1) \overset{\text{和}}{=} k+m' \overset{\text{和}}{=} (k+m)'$ □

よってすべての m に対し $m+n = n+m$.

え $\boxed{1 \cdot n = n \cdot 1}$

(証明) $n=1$ のとき

$(\text{左辺}) = 1 \cdot 1$, $(\text{右辺}) = 1 \cdot 1$ で一致している。

$n = k'$ のとき、

$(\text{左辺}) = 1 \cdot k' \overset{\text{積}}{=} 1 \cdot k + 1 \overset{\text{帰}}{=} k+1 = k'$

$(\text{右辺}) = k' \cdot 1 \overset{\text{積}}{=} k'$ □

よってすべての n に対し、$1 \cdot n = n \cdot 1$。

お $\boxed{l(m+n) = lm + ln}$

(証明) $n=1$ のとき

(左辺) $= l(m+1) \overset{和}{=} lm' \overset{積}{=} lm + l$

(右辺) $= lm + l\cdot 1 \overset{積}{=} lm + l$ と一致する。

$n = k'$ のとき.

(左辺) $= l(m+k') \overset{和}{=} l(m+k)' \overset{積}{=} l(m+k) + l$

$\overset{帰}{=} (lm + lk) + l \overset{い}{=} lm + (lk + l)$

(右辺) $= lm + lk' \overset{積}{=} lm + (lk + l)$ と一致する。

よってすべての n に対し、$l(m+n) = lm + ln$ □

か $\boxed{(l+m)n = ln + mn}$

(証明) $n=1$ のとき

(左辺) $= (l+m)\cdot 1 \overset{積}{=} l + m$

(右辺) $= l\cdot 1 + m\cdot 1 \overset{積}{=} l + m$ と一致する。

$n = k'$ のとき.

(左辺) $= (l+m)k' \overset{積}{=} (l+m)k + (l+m)$

$\overset{帰}{=} (lk + mk) + (l+m)$

$\overset{\text{いとうをくり返し使う}}{=} (lk + l) + (mk + m)$

(右辺) $= lk' + mk' \overset{積}{=} (lk + l) + (mk + m)$ と一致する。

よってすべての n に対して $(l+m)n = ln + mn$ □

き $\boxed{mn = nm}$

(証明) $n=1$ のときは え より一致。

$n=k'$ のとき、

$$(\text{左辺}) = mk' \overset{\text{積}}{=} mk+m \overset{\text{帰}}{=} km+m$$

$$(\text{右辺}) = k'm = (k+1)m \overset{\text{か}}{=} km+1\cdot m \overset{\text{えと積}}{=} km+m$$

と一致する。よってすべての n に対し $mn = nm$ □

く $\boxed{(\ell m)n = \ell(mn)}$

(証明) $n=1$ のとき

$$(\text{左辺}) = (\ell m)\cdot 1 \overset{\text{積}}{=} \ell m$$

$$(\text{右辺}) = \ell(m\cdot 1) \overset{\text{積}}{=} \ell m$$ と一致する。

$n=k'$ のとき、

$$(\text{左辺}) = (\ell m)k' \overset{\text{積}}{=} (\ell m)k + \ell m \overset{\text{帰}}{=} \ell(mk)+\ell m$$

$$(\text{右辺}) = \ell(mk') \overset{\text{積}}{=} \ell(mk+m) \overset{\text{お}}{=} \ell(mk)+\ell m$$

と一致する。よってすべての n に対して、$(\ell m)n = \ell(mn)$ □

以上です。