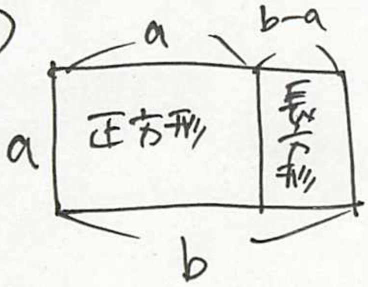
自然科学入門

(5.1)



$a:b = b-a : a$ より

$$a^2 = b^2 - ab$$

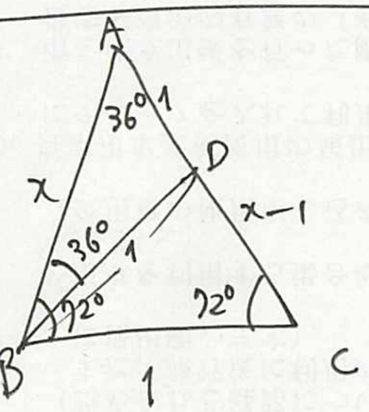
$$b^2 - ab - a^2 = 0$$

a^2で割って $\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{b}{a} - 1 = 0$

$t = \frac{b}{a}$ とおくと $t^2 - t - 1 = 0$

$t > 0$ より $t = \boxed{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

(5.2)



$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$ より

$$1 : x = x-1 : 1$$

$x^2 - x = 1$　　$x > 0$ より

$x = \boxed{\phi}\left(= \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right).$

(5.3) (1) $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ より $\phi^2 = \phi + 1$. ∴ $\boxed{a = b = 1}$

(2) 上の式を.

ϕ^2で両辺を割ると. $1 - \phi^{-1} - \phi^{-2} = 0$.

$\therefore\ \phi^{-2} = 1 - \phi^{-1}$

$\phi^{-3} = \phi^{-1} - \phi^{-2}$

$= \phi^{-1} - (1 - \phi^{-1})$

$= 2\phi^{-1} - 1$

$= 2(\phi - 1) - 1 = 2\phi - 3$

($\phi^2 - \phi - 1 = 0$ より, $\phi - 1 - \phi^{-1} = 0$

$\therefore \phi^{-1} = \phi - 1$ を用いた)

$\therefore\ \boxed{a = 2,\ b = -3}$

(5.4) $x=\sqrt{1+x}$ なので $x^2=1+x$

$x^2-x-1=0$, $x>0$ より $\boxed{x=\phi}$

(5.5) (1)

$$\cancel{F_3}=F_2+F_1$$
$$\cancel{F_4}=\cancel{F_3}+F_2$$
$$\vdots$$
$$+)\quad F_{n+2}=\cancel{F_{n+1}}+F_n$$

$$F_{n+2}=F_2+(F_1+F_2+\cdots+F_n)$$

$$\therefore F_1+F_2+\cdots+F_n=F_{n+2}-F_2=F_{n+2}-1 \quad //$$

(2)

$$\cancel{F_4}=F_3+F_2$$
$$\cancel{F_6}=F_5+\cancel{F_4}$$
$$\vdots$$
$$+)\quad F_{2n}=F_{2n-1}+\cancel{F_{2n-2}}$$

$$F_{2n}=(F_3+F_5+\cdots+F_{2n-1})+F_2$$

↑ F_1に等しい.

$$\therefore F_1+F_3+F_5+\cdots+F_{2n-1}=F_{2n} \quad //$$

(3) つづく

(3) $F_{n+1}F_{n-1} - F_n^2$

$= (F_n + F_{n-1})F_{n-1} - F_n(F_{n-1} + F_{n-2})$ ($\because$ F_n の def)

$= -(F_n F_{n-2} - F_{n-1}^2)$ (*)

くり返すと どんどん n が へっていき

(*) $= (-1)^2(F_{n-1}F_{n-3} - F_{n-2}^2)$

$= \cdots$

$= (-1)^{n-2}(F_3F_1 - F_2^2)$

$= (-1)^{n-2}(2\cdot 1 - 1)$

$= (-1)^{n-2}$

$= (-1)^n$ //

(5.6) 上の (3) より、F_n と F_{n+1} に対して、

$F_{n+1}\cdot F_{n-1}(-1)^n + F_n \cdot F_n(-1)^{n-1} = 1$

つまり ある $a, b \in \mathbb{Z}$ により

$aF_{n+1} + bF_n = 1$ とできるから

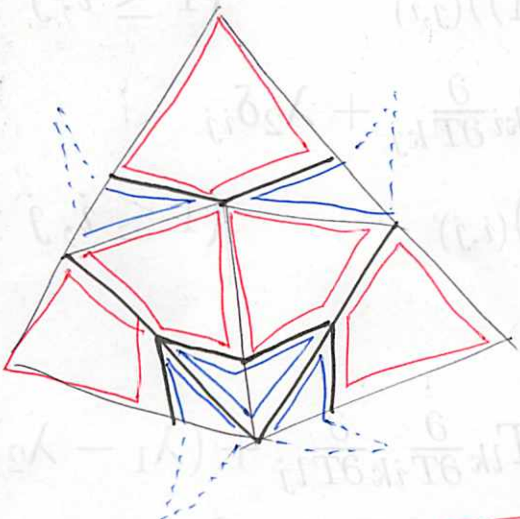
(べズーの等式)

F_{n+1} と F_n は互いに素 (別紙を pdf にする) //

(5.7) $\boxed{\text{(1) と (2).}}$ （(3) は 90° 回転対称の中心があって それは平行移動で移動できない）

(5-8) $\boxed{\text{2番目のやつ}}$

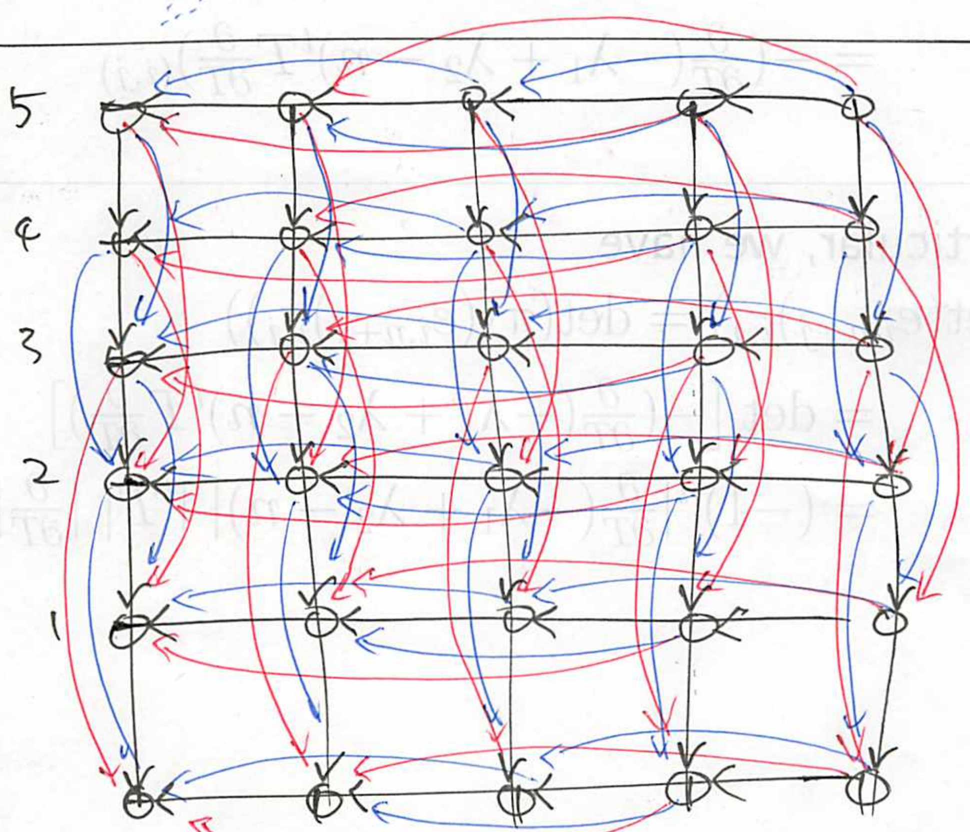
(5-9)



赤 カイト

青 ダート

(5.10)



これは大変だ

(5.11)

石の数	0	1	2	3	4	5	6	7
エネルギー	0	1	2	3	0	1	2	3

(5.12) $4 \oplus 5 \oplus 6 = 7$ 良形ではないから $\boxed{\text{先手必勝}}$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 101 \\ 110 \\ \hline 111 \end{array}$$

$4 \oplus 7 = 3$

$5 \oplus 7 = 2$

$6 \oplus 7 = 1$

$\boxed{(3,5,6).\ (4,2,6).\ (4.5.1)}$ のいずれかが

勝つための手.

(5.13) 良形は $([i\phi], [i\phi^2])$ $(i \geqq 0)$ だった.

$[i\phi] = 41$ となる i は, $41 \div \phi = 25.3\cdots$ より $i = 25$ くらい。

$[25 \cdot \phi] = [40.4\cdots] = 40$

$[26\phi] = [42.06\cdots] = 42$ なので $[i\phi] = 41$ は不可能。

つまり $(41, 52)$ は $\boxed{\text{良形ではない}}$。

$[i\phi^2] = 41$ となる i は. $41 \div \phi^2 = 15.6\cdots$ より $i = 16$ くらい

$[16 \cdot \phi^2] = [41.8\cdots] = 41$ である。

この時 $[i\phi] = [16 \cdot \phi] = [25.8\cdots] = 25$ なので. $(25, 41)$ は良形.

よって $\boxed{(41, 25)\text{ にすればよい}}$